PENDIENTES MATEMÁTICAS 2ºESO

SEGUNDA PARTE

ECUACIONES DE PRIMER GRADO

- Una ecuación es una "propuesta de igualdad".
- Resolver una ecuación es encontrar el valor o los valores para los cuales se cumple la igualdad. A esos valores se les llama **soluciones** de la ecuación.

Ecuaciones de primer grado: la incógnita **x** aparece elevada a la unidad.

Método de resolución:

- Operar las expresiones de la ecuación (paréntesis, denominadores,...)
- Pasar todas las incógnitas (x) a un miembro de la ecuación y los números a otro,
- Despejar x.

EJEMPLOS:

a) $3x - 8 = 2 - 4(x+5)$	**b)** $5x - 2 + x = 6x + 2$	**c)** $6x - 4 - 4x = 1 + 2x - 5$
$3x - 8 = 2 - 4x - 20$	$6x - 2 = 6x + 2$	$2x - 4 = 2x - 4$
$3x + 4x = 2 - 20 + 8$		
$7x = -10$	$0x = 4$	$0x = 0$
$x = -\frac{10}{7}$	No hay solución	Hay infinitas soluciones

EJERCICIOS DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO

1.-) Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) $2x - 1 = 3$ b) $3x + 6 = 2x - 1$ c) $4x + 1 = 5x - 3$

d) $3x - 16 = 15x + 8$ e) $5x + 4 - 3x = 2x + 5$ f) $-2x = 3 - 4x$

g) $2x + 5 = 7x - 5$ h) $2x = 3x - 6x - 4$ i) $-3x + 4 - 5x = -40$

2.-) Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) $4 \cdot (2x + 1) - 2 \cdot (5x + 1) = 7$ b) $3(x + 4) - 12(x - 15) = 16$

c) $x - [3 + 5(6 - 2x)] = 3(2x - 5)$ d) $3x - [x - (1 - 2x)] = 2x - [3x - 4 - (5x - 6)]$

3.-) Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) $3(x + 2) - 5(x + 4) = 2x - 4(x - 1)$ b) $2x - 4 + 5x - 8 = 0$

c) $4(x - 3) + 3(x - 2) = 3x + 9)$ d) $2x - 3 + 4(x - 6) = 2x + 7$

e) 4(x – 10) = -6(2 - x) - 6x   f) 6(x - 6) = - 4(5 - x)

4.-) Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado

a) $\frac{x+4}{3}+\frac{x-4}{5}=\frac{3x+2}{15}$

b) $\frac{2x-3}{4}-4x=\frac{x-4}{8}-\frac{x-5}{12}$

c) $\frac{4x+3}{3}-15x=\frac{3x-5}{2}-\frac{8x+1}{6}$

d) $\frac{2x-5}{3}-\frac{4x+7}{8}+3x-\frac{x-4}{12}=0$

e) $\frac{x-2}{4}-\frac{1}{4}=\frac{3\mathrm{x}-1}{2}-\frac{3}{2}$

f) $\frac{2x-2}{4}-\frac{x-5}{36}=\frac{x+5}{9}$

5.-) Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) $\frac{3x}{2}-\frac{2x-1}{5}=\frac{3x+4}{4}-(2x-4)$

b) $\frac{4x-3}{6}-\frac{3x+4}{5}+4x-2=\frac{5x+3}{4}$

c) $\frac{2}{3}x+7x-4=\frac{4x-2}{7}-\frac{3x+4}{2}$)

d) $\frac{4x-3}{5}-\frac{3x+4}{3}=\frac{4x-5}{5}$

<u>PROBLEMAS PAR RESOLVER CON ECUACIONES DE PRIMER GRADO</u>

1.-) Calcular el número que sumado a su anterior da 221

2.-) Pedro tiene tres veces la edad de su hija, si hace 5 años la edad de Pedro era 4 veces la edad de su hija.¿Qué edad tiene Pedro? ¿Qué edad tiene su hija?

3.-) La suma de tres números consecutivos es 24. ¿Cuáles son estos números?

4.-) La suma de tres números pares consecutivos es 60. ¿Cuáles son estos números?

5.-) Si al doble de un número le restas 13 obtienes 91, ¿Cuál es el número?

6.-) Sumando el doble y el triple de un número y restando 6 al resultado, se obtiene 119 ¿De qué número se trata?

7.-) Para ver un partido del Zaragoza se contrató un autobús. Si el autobús se hubiera completado cada uno habría pagado 3 € como quedaban 4 plazas vacías el viaje costó 4 € . ¿Cuántas plazas tenía el autobús?

8.-) ¿Qué número debe sumarse a los dos términos de la fracción 4\7 para que se convierta en otra equivalente a 3\4?

9.-) La suma de tres números impares consecutivos es 51. Halla dichos números.

10.-) Halla tres múltiplos consecutivos de 5, cuya suma valga 150.

11.-) Halla dos números pares consecutivos tales que el primero mas el doble del segundo sea igual a 28.

12.-) Martina tiene dos terceras partes del dinero que tiene Tatiana y ente ambas juntan 25 € ¿Cuánto tiene cada una?

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Las ecuaciones de segundo grado con una incógnita son las ecuaciones que se pueden transformar en otras del tipo: $ax^2+bx+c=0$ Donde a, b, y c son números conocidos y $a \neq 0$

Resolución:

Si la ecuación es **completa** las soluciones son: $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

La expresión **$b^2 - 4ac$** se llama **discriminante**

-

Puede ocurrir: 1°) Si $b^2 - 4ac > 0$ la ecuación tiene **dos soluciones distintas**.

2°) Si $b^2 - 4ac = 0$ la ecuación tiene **una solución doble**.

3°) Si $b^2 - 4ac < 0$ **No hay soluciones**.

Ejemplos 1°) $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \bullet 1 \bullet 6}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} =$$

Las dos soluciones son: $x_1 = 3$ y $x_2 = 2$

Ejemplo 2°) Hallar las soluciones de la ecuación: $x^2 + 10x + 25 = 0$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \bullet 1 \bullet 25}}{2} = \frac{-10 \pm \sqrt{0}}{2} = -5$$ Doble

Las soluciones son $x_1 = -5$ y $x_2 = -5$ es decir una solución doble.

Ejemplo 3°) $2x^2 + 4x + 4 = 0$

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\bullet 2\bullet 4}}{4}=\frac{-4\pm\sqrt{16-32}}{4}=\frac{-4\pm\sqrt{-16}}{4}$$

No hay soluciones.

Ecuaciones incompletas: Una ecuación de segundo grado es incompleta si alguno de los coeficientes b, ó c, o ambos son nulos. Para resolver estas ecuaciones se puede utilizar la ecuación anterior o bien uno de los siguientes procedimientos:

- Si b = 0 entonces $ax^2 + c = 0$ $\qquad x^2=\frac{-c}{a};\qquad x=\pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$

Ejemplo $2x^2 - 8 = 0$, $x^2 = 4$, x = $\pm\sqrt{4}=\pm 2$ **Solución: +2 y -2**

Ejemplo $x^2 + 8 = 0$, $x^2 = -8$, **NO TIENE SOLUCIÓN**

- Si c = 0 entonces $ax^2 + bx = 0$ x (ax + b) = 0, **Solución: x = 0 y x =** $-\frac{b}{a}$

Ejemplo $3x^2 - 2x = 0$, x(3x – 2) = 0 **Solución: x = 0, x=** $\frac{2}{3}$

EJERCICIOS RESUELTOS

1.-) Resolver la ecuación: $x^2-4x+4=0$

$$x=\frac{4\pm\sqrt{(-4)^2-4\bullet 1\bullet 4}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{16-16}}{2}=\frac{4\pm 0}{2}=2$$

La solución es x = 2 doble

2.-) Resolver la ecuación de segundo grado: $2x^2-4x+3=0$

$$x=\frac{4\pm\sqrt{(-4)^2-4\bullet 2\bullet 3}}{4}=\frac{4\pm\sqrt{16-24}}{4}=\frac{4\pm\sqrt{-8}}{4}$$

No hay solución

3.-) Resolver la ecuación: $2x^2-8x+8=0$

$$x=\frac{8\pm\sqrt{(-8)^2-4\bullet 2\bullet 8}}{4}=\frac{8\pm\sqrt{64-64}}{4}=2$$

La solución es x = 2 doble

4.-) Resolver: $x^2+3x-5=0$

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\bullet 1\bullet(-5)}}{2}=\frac{-3\pm\sqrt{9+20}}{2}=\frac{-3\pm\sqrt{29}}{2}$$

Las soluciones son: x_1 = $\frac{-3+\sqrt{29}}{2}$; **x_2 =** $\frac{-3-\sqrt{29}}{2}$

5.-) Resolver: $2x^2+5x+8=0$

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\bullet 2\bullet 8}}{4}=\frac{-5\pm\sqrt{25-64}}{4}=\frac{-5\pm\sqrt{-39}}{4}$$

No hay solución

6.-) Resolver la ecuación: $2x^2 + 5x + 3 = 0$

x = $\frac{-5\pm\sqrt{25-4\bullet 2\bullet 3}}{4}=\frac{-5\pm\sqrt{1}}{4}=\frac{-5\pm 1}{4}=$

Soluciones: x_1 = 1; y x_2 = -3/2

7.-) Resuelve la siguiente ecuación de segundo grado incompleta:

$x^2-1=0$ $x^2=1;$ $x=\pm\sqrt{1}=\pm 1$ **Soluciones x_1 = +1; x_2 = -1**

8.-) Resuelve la siguiente ecuación de segundo grado incompleta:

$x^2+2=0$ $x^2=-2;$ $x=\pm\sqrt{-2}$ **No hay solución**

<u>EJERCICIOS PROPUESTOS</u>

1.-) Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $x^2-4x+4=0$ b) $2x^2-8x+8=0$ c) $2x^2-4x+3=0$

d) $x^2+3x-5=0$ e) $20x^2-80x+80=0$ f) $2x^2+5x+8=0$

g) $3x^2-5x+9=0$ h) $x^2-6x+9=0$ i) $2x^2 + 5x + 3 = 0$

2.-) Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas:

a) $x^2-1=0$ b) $x^2-4=0$ c) $x^2+2=0$

d) $x^2+9=0$ e) $x^2-5=0$ f) $x^2-7=0$

g) $x^2+7=0$ h) $x^2-10=0$ i) $5x^2 - 2x = 0$

3.-) Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas:

a) $x^2+x=0$ b) $x^2-x=0$ c) $x^2-3x=0$

d) $x^2+4x=0$ e) $x^2-7x=0$ f) $3x^2+4x=0$

4.-) Resolver las siguientes ecuaciones de segundo grado. Indicar el signo del discriminante. ¿Cuántas soluciones tendrán cada ecuación?

a) $9x^2 + 6x + 1 = 0$ b) $5x^2 - 7x + 3 = 0$) c) $x^2 + x - 6 = 0$

d) $12(x^2 + 5) = 4x^2 + 160$ e) $- x^2 - 3x + 10 = 0$ e) $- x^2 + 6x - 9 = 0$

5.-) Escribe una ecuación de segundo grado cuyas raíces sean:

a) $x_1 = 5$; $x_2 = 4$ b) $x_1 = -3$; $x_2 = 4$) c) $x_1 = -5$; $x_2 = -6$

d) x = 4 raíz doble e) x =-2 raíz doble f) x = - 1 raiz doble

6.-) Resolver sin utilizar la fórmula:

a) $5x^2 - 125 = 0$ b) $3·(5 - x)·(2x - 4) = 0$ c) $3x^2 - 2x = 0$

d) $x^2 + 4x = 0$ e) $12x^2 + 6x = 0$ f) $6x^2 - 12 = 0$

PROBLEMAS PAR RESOLVER CON ECUACIONES DE 2º GRADO

1.-) Al aumentar 2cm el lado de un cuadrado, su superficie aumenta 16 cm^2. Calcular el lado del cuadrado.

2.-)¿Cuál es el número que multiplicado por su siguiente da 182?

3.-) Calcular el número cuyo cuadrado es 24 unidades mayor que su quíntuplo

4.-) El producto de un número aumentado en tres unidades por ese mismo número disminuido en 4 unidades, es 60. ¿Dé que número se trata?

5.-) La suma de los cuadrados de dos número enteros consecutivos es 265. ¿Cuáles son esos números?

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

- Un sistema de ecuaciones lineales es de la forma: $\begin{cases} ax+by=0 \\ a´x+b\acute{y}=0 \end{cases}$
- Hay tres métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales:

- Método de **sustitución**:
  - Se despeja una incógnita de una de las ecuaciones y se sustituye en la otra.

Ej: $\begin{cases} 3x-5y=1 \\ x+2y=15 \end{cases}$

x = 15 – 2y (Despejando una incógnita de la 2ª ecuación)

3(15 – 2y) – 5y = 1 (Sustituyendo en la otra ecuación)

45 – 6y – 5y = 1, -11y = -44 y = 4 (Operar y resolver)

x = 15 – 2·4 = 15 – 8 = 7 (Sustituir el valor de la incógnita hallada para obtener la otra incógnita)

- Método de **igualación**:
  - Despejar la misma incógnita de las dos ecuaciones e igualamos las dos expresiones.

Ej: $\begin{cases} 3x-5y=1 \\ x+2y=15 \end{cases}$

x = 15 – 2y x = $\frac{1+5y}{3}$ (Despejar la misma incógnita de las dos ecuaciones)

15 –2y = $\frac{1+5y}{3}$ (Igualar las dos expresiones de la misma incógnita)

45 – 6y = 1 +5y -11y = -44 y = 4 (Operar y Resolver)

x = 15 –2·4= 7 (Sustituir el valor de la incógnita obtenida para hallar la otra incógnita)

- Método de **reducción**:

-Prepara las dos ecuaciones para que una de las incógnitas tenga el mismo coeficiente, restar las dos ecuaciones.

Ej: $\begin{cases} x-2y=8 \\ 2x-3y=7 \end{cases}$ $\begin{array}{r} -2x+4y=-16 \\ \underline{2x-3y=7} \\ ¿\ +y=-9 \end{array}$ (multiplicamos la primera por (-2) y sumamos)

x-2(-9) = 8; x+18 = 8; x = -10 (sustituimos el valor de la incógnita obtenida para hallar la otra incognita)

__**EJERCICIOS DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEAL**__

1.-) Resuelve los siguientes sistemas por el método de sustitución:

a) $\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 2x + 7y = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + 4y = 8 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 3 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y = 8 \\ x + 3y = 14 \end{cases}$

2.-) Resuelve los siguientes sistemas por el método de igualación:

a) $\begin{cases} x - 2y = 8 \\ 2x - 3y = 7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ 4x - y = 12 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x - y = 8 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 4x + 2y = 14 \end{cases}$

3.-) Resuelve los siguientes sistemas por el método de reducción:

a) $\begin{cases} x + y = 15 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x - 3y = 6 \\ 4x + 2y = 4 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y = 17 \\ 4x + 2y = 56 \end{cases}$

4.-) Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x - 2y = 7 \\ 3x - y = 6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ x - 2y = 11 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x - 5y = 11 \\ 3x + y = -9 \end{cases}$

FIGURAS PLANAS

- **Triángulo**: **A =** $\frac{b \cdot h}{2}$

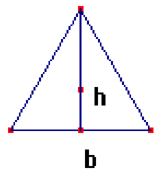


Fig 1

- **Cuadrado: A = l**^{2}

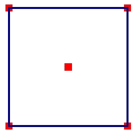
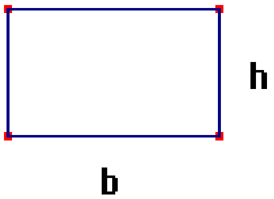
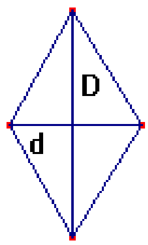


Fig 2

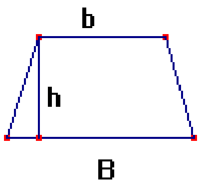
- **Rectángulo: A = b·h Fig 3**



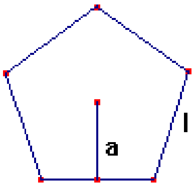
- **Rombo: A =** $\frac{D \cdot d}{2}$ **Fig 4**



- **Trapecio:** A = $\frac{(B+b) \cdot h}{2}$ **Fi**



- **Polígono regular:** A = $\frac{p \cdot a}{2} = \frac{n \cdot l \cdot a}{2}$ **Fig 6**

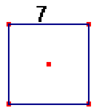


__ÁREAS DE FIGURAS PLANAS__

1.-) Calcula el área de un triángulo de base 4 cm y altura 3cm

2.-) Calcula el área de un triángulo isósceles cuyo lado desigual mide 5 cm y los lados iguales 3 cm.

3.-) Calcula el área y la diagonal de un cuadrado de lado 7 m.



4.-) Calcula el área de un rectángulo de lados 6 dm y 5 m. ¿Cuánto mide su diagonal?

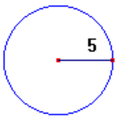
5.-) Calcula el área de un rombo de diagonales 9 y 5 cm.

6.-) Calcular el área de un círculo de diámetro 8cm. ¿Cuál es la longitud de la circunferencia?

7.-) Calcula el área de un pentágono de 6 cm de lado y 4,5 cm de apotema.

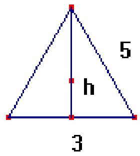
8.-) Calcula el área de un hexágono de 7 cm de lado y 5 cm de radio.

9.-) Calcula el área de un círculo de diámetro 10 cm.



10.-) Calcula la longitud de una circunferencia es 62,8 cm ¿Cuál es su radio?

11.-) Calcula el área del triángulo de la figura.



12.-) Calcula el área de un triángulo isósceles cuyo lado desigual mide 6 cm y los lados iguales 3 dm.

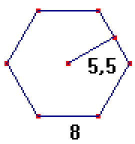
13.-) Calcular el área de un cuadrado cuyo perímetro es 24cm.

14.-) Calcula la apotema de un hexágono regular de 8 cm de lado

15.-) Calcula el área de un rombo de diagonales 8 y 6 cm.

16.-) Calcula el área de un pentágono de 5cm de lado y 3,5 cm de apotema.

18.-) Calcula el área de un hexágono de 8 cm de lado y 5,5 cm de apotema.



ÁREAS DE FIGURAS PLANAS UTILIZANDO EL TEOREMA DE PITÁGORAS

1. Calcula la longitud de la diagonal de un rectángulo cuyos lados miden 5 y 7 cm.

Solución: $\sqrt{74}$ cm

2. Determina el largo de un rectángulo de 8 cm de ancho y 14 cm de diagonal.

Solución: $\sqrt{132}$ cm

3. Calcula la altura de un triángulo equilátero de perímetro 48 cm.

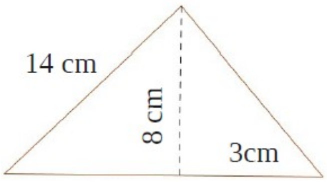
Solución: $\sqrt{192}$ cm

4. Un cuadrado tiene de área 36 cm^2 , ¿cuánto mide su diagonal?¿y su perímetro?

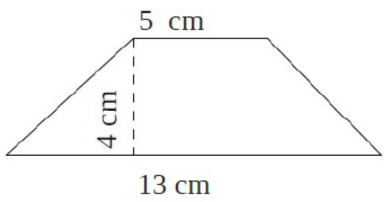
Solución:Diagonal = $\sqrt{72}$ cm, Perímetro = 24 cm

5. Calcula las áreas de las siguientes figuras:

a)



b)



Solución: 57'92 cm^2

Solución: 36 cm^2

6. De un triángulo rectángulo se conocen la base, 5 cm, y la hipotenusa, 10 cm. Halla su área.

Solución: 21'65 cm^2

7. Halla el área de un trapecio del que se conocen las dos bases, 11 y 3 cm, respectivamente, y los lados que miden ambos 5 cm.

Solución: 21 cm^2

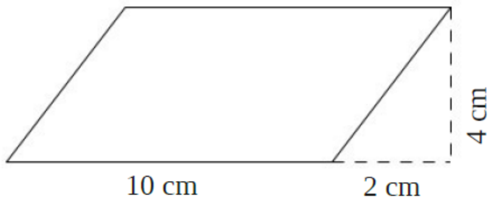
8. El área de un rombo es 243 cm^2. Si una diagonal mide 9 cm, ¿cuánto mide la otra diagonal?

Solución: 54 cm

9. La altura de un campanario es de 15 m. Si yo me encuentro a 12 metros del pie del campanario, ¿a qué distancia me encontraré de la parte más elevada?

Solución: $\sqrt{369}$ m

10. Halla el área y el perímetro de la siguiente figura:



Solución: Área = 40 cm^2, Perímetro = 28'94 cm

11. En un triángulo isósceles los lados iguales miden 9 cm y la base 6 cm. ¿Cuánto mide el área?¿Y el perímetro?

Solución: Área = 25'44 cm^2, Perímetro = 24 cm

12. Una círculo tiene de área 14,95 cm^2. ¿Cuánto mide la circunferencia que lo delimita?

Solución: 13'69 cm

FUNCIONES

1. Construir una tabla de valores para cada una de las siguientes funciones:

a) $y=3x+2$ **b)** $f(x)=2x$ **c)** $y=x^2-4$ **d)** $f(x)=\sqrt{x}$

2. Completar la siguiente tabla (obsérvese el primer ejemplo):

Función expresada mediante un ENUNCIADO	Función expresada mediante EXPRESIÓN ALGEBRAICA
La función que a cada número le asocia su doble	$y=2x$
La función que a cada número le asocia su triple más 5	
	$y=2x+1$
La función que a cada número le asocia su mitad	
La función que a cada número le asocia su opuesto	
	$y=-x+2$
La función que expresa la distancia recorrida cada hora por un automóvil que circula a 60 km/h	
	$y=x^2$
La función que relaciona el radio de una circunferencia y su perímetro	
La función que relaciona el radio de una circunferencia y su área	

3. Una compañía de telefonía móvil cobra a sus clientes una cantidad fija al mes de 10 € más 0,1 € por cada minuto de llamada. Construir una tabla que relacione el tiempo consumido y el coste de la factura. ¿Cuál es la variable independiente y cuál la dependiente? Expresar algebraicamente la función correspondiente.

4. Para cada una de las siguientes funciones, construir una tabla de valores apropiada y dibujar, a continuación, su gráfica:

a) $y=x+2$

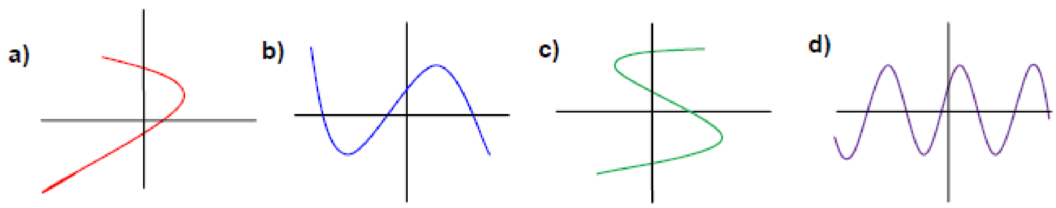
b) $f(x)=2x-3$

c) $y=x^2-4$

d) $f(x)=-3x-1$

e) $y=x^2-6x+5$

5. ¿Cuáles de estas representaciones corresponden a la gráfica de una función? (Razonar la respuesta):



6.

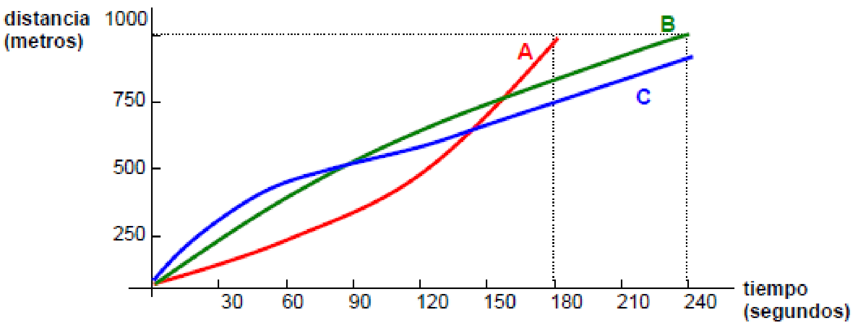
Un estudio de un ginecólogo muestra cómo crece un bebé antes de nacer según el mes de gestación en que se encuentre su madre, de acuerdo con la siguiente tabla:

Edad (meses)	2	3	4	5	6	7	8	9
Longitud (cm)	4	8	15	24	29	34	38	42

Representar la función "longitud" en función de la edad del bebé. Comentar dicha gráfica.

7.

Tres alumnos, que nombraremos A, B y C, participan en una carrera de 1000 m. La presente gráfica muestra de forma aproximada su comportamiento en la prueba. ¿Cómo describirías dicha carrera?



8.

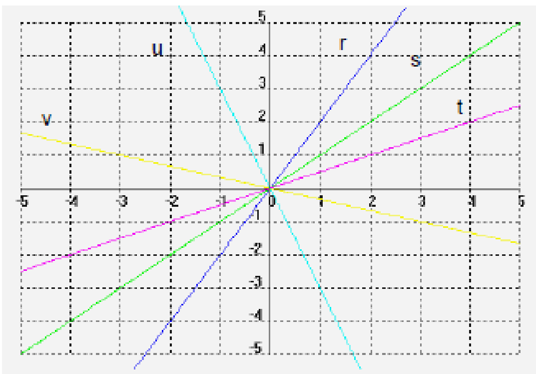
a) Hallar la ecuación de una función lineal sabiendo que pasa por el punto P(1,7)

b) Ídem para P(−1,3)

c) Ídem para P(2,5)

9.

Calcular la pendiente y la ecuación de las funciones de proporcionalidad directa que aparecen en el siguiente gráfico:



10.

Pasada la Navidad, unos grandes almacenes hacen en todos los artículos un 20% de descuento.

a) ¿Cuál será el precio rebajado de unas zapatillas de deporte que costaban 45 €? ¿Y de un chándal que costaba 60 €?

b) Si llamamos **x** al antiguo precio del artículo e **y** al precio rebajado, ¿qué función se obtiene?

(Soluc: y=0,8x)